Examen Final - Teoría - 13/02/08 *Cálculo II*

---

(1) [40 puntos]
Decidir cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. Demostrar las verdaderas y dar un contraejemplo en las falsas.

(a) Si $f : (0, 1) \to \mathbb{R}$ es continua, entonces es acotada.

(b) Si $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ es continua, entonces es acotada.

(c) Si $f'(x) > 0$ para todo $x \in (a, b)$, entonces f es creciente en (a, b).

(d) Si f es creciente en (a, b), entonces $f'(x) > 0$ para todo $x \in (a, b)$.

(e) Si f es una función derivable en (a, b) y $g(x) = f(x) + C$, $\forall x \in (a, b)$ para algún $C \in \mathbb{R}$, entonces $f'(x) = g'(x)$ para todo $x \in (a, b)$.

(f) Si $f'(x) = g'(x)$ para todo $x \in (a, b)$, entonces existe una constante $C \in \mathbb{R}$ tal que $g(x) = f(x)+C$, $\forall x \in (a, b)$.

---

(2) [15 puntos]
Demostrar que si $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ es continua, entonces alcanza su máximo en $[a, b]$.

---

(3) [15 puntos]
Enunciar y demostrar un principio de comparación para integrales impropias.

---

(4) [20 puntos]
Sea f una función integrable (acotada) en $[a, b]$. Sea $F : [a, b] \to \mathbb{R}$ definida por

$$F(x) = \int_a^x f(t)\, dt.$$

Demostrar que entonces F es continua en $[a, b]$.

---

(5) [5 puntos]
Enunciar el teorema de acotación del error de la regla del rectángulo.

---

(6) [5 puntos]
Enunciar el teorema de Taylor.
