Trabajo Práctico 9

Cálculo II
2do semestre 2007

---

(1) Calcular el área encerrada por la elipse de ecuación $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

(2) Calcular el área de la región limitada por las siguientes curvas:

(a) $y=x^3-x$, $y=2x$	(c) $y=x^2$, $y=x+2$	(e) $y=e^x$, $y=e^{-x}$, $x=1$, $x=-1$
(b) $y=x^2-1$, $y=x$	(d) $y=-x^2+2x+8$, $y=0$	(f) $y=x^2-4$, $y=-x^2+4$, $y=-x$

(3) Calcular el área de las dos partes en que $y^2=2x$ divide a $x^2+y^2=8$

(4) Calcular la longitud de la curva $y=-2x^2+x-1$ desde $x=1$ hasta $x=2$.

(5) Calcular la longitud de la catenaria $y=a\cosh(\frac{x}{a})$ desde el vértice $(0,a)$ hasta el punto de abscisa b.

(6) Calcular la longitud de arco de la curva $y=e^x$ entre $A=(0,1)$ y $B=(1,e)$.

(7) Mostrar que la curva $y=\operatorname{sen}(\frac{\pi}{x})$ tiene longitud infinita entre $x=0$ y $x=1$. Ayuda: hacer un dibujo, comparar con alguna poligonal apropiada y *no* usar la fórmula vista en clase

(8) Calcular el volumen y el área de una esfera de radio r.

(9) Hallar el volumen limitado por el paraboloide elíptico $z=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}$ y el plano $z=z_0$.

(10) Hallar el volumen del sólido determinado por la rotación de la hipérbla $x^2-y^2=a^2$ alrededor del eje x, $0\le x\le a$.

(11) Considerar los dos métodos numéricos vistos en clase: el del rectángulo y el del trapecio. Determinar para cada uno de ellos número de subintervalos en que debe dividirse el intervalo $[0,2]$ para calcular aproximadamente la integral

$$\int_0^2 \ln(1+x^2)\,dx,$$

con una precisión de 0,1. ¿Cuál será el número de subdivisiones para cada método si la precisión es 0,025 (un cuarto de la anterior)?

(12) Determinar la integral que debe calcularse para saber la longitud de arco de la elipse $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Aproximarla con precisión 0,02 utilizando el método del trapecio. Es decir, determinar cuál es el número n de subintervalos necesarios y hacer el cálculo en una computadora.

(13) Calcular el polinomio de Taylor de orden 8 de $f(x)=\cos(x)$ alrededor de $x=0$.

(14) Calcular el polinomio de Taylor de orden 3 de $f(x)=e^{-x^2}$ alrededor de $x=0$.

(15) Calcular el polinomio de Taylor de orden 6 de $f(x)=\ln(1+x)$ alrededor de $x=0$.

(16) Calcular el polinomio de Taylor de orden 5 alrededor de $x=\pi$ para $f(x)=\operatorname{sen}(x)$.

(17) Dar una cota para el error $|p_8(x)-f(x)|$ donde f y p_8 son los del ejercicio (13).

(18) De una función f con 4 derivadas continuas en $[-1,1]$ se sabe que

$$f(0)=1,\quad f'(0)=-1,\quad f''(0)=2,\quad f'''(0)=0,$$

y también que $M_4=\max\limits_{x\in[-1,1]}|f^{IV}(x)|\le 3$.

(a) Utilizando el polinomio de Taylor de orden 3, calcular un valor aproximado de $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$

(b) Estimar el error $|\int_{-1}^{1} f(x)\,dx-\int_{-1}^{1} p_3(x)\,dx|$.

(19) Se sabe que cierta función f tiene cuatro derivadas continuas en $[5,7]$ y que:

$$f(6)=\frac{1}{2},\qquad f'(6)=0,\qquad f''(6)=\frac{1}{4},\qquad f'''(6)=\frac{1}{8},\qquad \max_{x\in[5,7]}|f^{IV}(x)|\le 0{,}1.$$

(a) Utilizando el polinomio de Taylor de orden 3 alrededor de $x=6$ calcular de manera aproximada $\int_5^7 f(x)\,dx$.

(b) Dar una estimación del error cometido al calcular la integral del ítem anterior. Dar un intervalo donde seguramente se encuentre el resultado exacto.