Introducción al Cálculo Científico - 2002

Trabajo Práctico Nro. 1 - Fecha de entrega: martes 01/10

Para los siguientes problemas se requiere trabajo de *lápiz y papel*, escribir algunos scripts y funciones de MATLAB/OCTAVE, y ejecutar algunas instrucciones en MATLAB/OCTAVE. Presentar de manera concisa lo realizado y los resultados obtenidos. Incluir en la presentacion los scripts y funciones.

1. (10 puntos) Problema 1.2.3

2. (10 puntos) Problema 1.3.4

3. (10 puntos) Sea $f(x) = (x^2+1)^{1/2} - x$. Explicar por qué, cuando x es muy grande, calcular $f(x)$ a partir de la fórmula dada puede no ser una buena idea. Encontrar una forma de calcular $f(x)$ de manera más precisa cuando x es grande.

4. (20 puntos)

(a) Problema 2.1.1

(b) Considerar los siguientes números de la oficina de Censos de Estados Unidos, acerca de la población de Estados Unidos:

Año	Población
1900	75.994.575
1910	91.972.266
1920	105.710.620
1930	122.775.046
1940	131.669.275
1950	150.697.361
1960	179.323.175
1970	203.235.298

Aplicar el algoritmo obtenido en (a) con los siguientes factores de desplazamiento u y de escala v

u	0	1900	1935	1935
v	1	1	1	35

(c) ¿Cuán bien reproducen los polinomios los datos originales? Graficar los polinomios usando un paso de 1 año entre 1900 y 1970. Repetir los gráficos entre 1900 y 1980. El número relevado para 1980 es 226.547.082. Cuál de los polinomios obtenidos da la mejor predicción?

5. (10 puntos) Problema 2.2.3

6. (20 puntos) Los puntos de interpolación *de Chebyschev* en el intervalo $[-1, 1]$ son:

$$x_j = \cos\frac{(2j-1)\pi}{2n}, \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$

Modificar el script `RungeEg.m` para calcular los polinomios que interpolan en estos puntos para $n = 7:2:15$ y graficar. Los nodos de Chebyschev poseen la propiedad crucial de minimizar la cantidad $\max_{-1\leq x\leq 1} |(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)|$. Comparar los resultados con los obtenidos con puntos equiespaciados y obtener conclusiones.

7. (20 puntos) *Interpolación Inversa*

(a) Problema 2.4.3. Implementar la forma de Newton para el polinomio interpolante p_2.

(b) Aplicar (a) para encontrar un cero x_* de la función $f(x) = \cos x - x$. Para ello, evaluar f en los puntos $x = 0{,}6; 0{,}7; 0{,}9$.

(c) Evaluar $f(0{,}8)$ y usar este valor, junto con el polinomio p_2 de (a) para construir a mano el polinomio interpolante p_3 en los cuatro puntos dados (usar la forma de Newton). Utilizar $|p_3(0) - p_2(0)|$ para estimar el error $|x_* - p_2(0)|$.