Trabajo Práctico 3 *Cálculo I*
1er semestre 2007

En este trabajo práctico ejercitaremos nuestra comprensión de las ecuaciones e inecuaciones que involucran al valor absoluto de los números reales. Para ello será útil recordar las siguientes afirmaciones:

Definición: Si x es un número real, entonces su valor absoluto se denota por $|x|$ y está definido por:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Signo del valor absoluto: Para todo número real x, se cumple que

$$|x| \geq 0 \qquad \text{y} \qquad |x| = 0 \iff x = 0$$

Valor absoluto menor que un número: Sea a un número real, entonces

$$|x| < a \iff -a < x \ \textbf{y} \ x < a \iff -a < x < a.$$

Notar que si $a < 0$ **no existe ningún** x que satisfaga tal desigualdad.

Valor absoluto mayor que un número: Sea a un número real, entonces

$$|x| > a \iff x < -a \ \textbf{ó} \ a < x.$$

Notar que si $a < 0$ **todos** los números reales satisfacen tal desigualdad.

---

(1) Decir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) $-\left|-\dfrac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}$ (b) $|-1000| < 0$ (c) $|-\frac{1}{2}| = 2$ (d) $|\sqrt{2} - 5| = 5 - \sqrt{2}$

(e) $|\,|x|\,| = |x|$ (f) $|-(-1)| = -1$ (g) $|a| - |b| = a - b$ (h) $x < 3$ y $-x < 3 \implies |x| < 3$.

(2) Resolver para x y graficar (expresar la solución como un conjunto).

(a) $|x| = \dfrac{1}{2}$ (b) $|3x| = 3$ (c) $|x - 1| = 3$ (d) $|3x - 4| = 0$

(e) $|2x - 3| = 7$ (f) $|6 - 2x| = 4$ (g) $\left|\dfrac{1}{x-1}\right| = 2$ (h) $\dfrac{|x|}{x} = 1$

(i) $\dfrac{|x|}{x} = -1$ (j) $|x - 1| \leq 3$ (k) $|x - 1| \geq 3$ (l) $|-x| = 5$

(m) $|x - 5| \neq 3$ (n) $|x - 3| < 0{,}1$ (o) $|3x - 6| < 9$

(3) Expresar los siguientes conjuntos como intervalo, o unión de intervalos

(a) $\{x \mid |2x + 5| < 1\}$ (b) $\{x \mid |3x + 3| \leq 3\}$ (c) $\{x \mid |x - 2| > 1\}$

(d) $\{x \mid |x - 2| > 0\}$ (e) $\{x \mid |4 - 2x| < 3\}$ (f) $\{x \mid |8 - 5x| < 22\}$

(4) Expresar los siguientes conjuntos como intervalo, o unión de intervalos

(a) $\{x \mid x \leq -3 \text{ y } x \geq -5\}$ (b) $\{x \mid x \leq -3 \text{ ó } x \geq -5\}$ (c) $\{x \mid x \leq 1 \text{ y } x > 3\}$

(d) $\{x \mid x \leq 1 \text{ ó } x > 3\}$ (e) $\{x \mid x < 0 \text{ y } 0 < 1\}$ (f) $\{x \mid x < 0 \text{ y } 1 < 0\}$

(g) $\{x \mid x < 0 \text{ ó } 0 < 1\}$ (h) $\{x \mid x < 0 \text{ ó } 1 < 0\}$ (i) $\{x \mid x \leq 2 \text{ y } x \leq 3\}$

(j) $\{x \mid x \leq 2 \text{ ó } x \leq 3\}$

(5) Resolver para x y graficar (expresar la solución como un conjunto).

(a) $|1 + 5x| > 1$ (b) $|x - 1| < |x - 2|$ (c) $|x + 3| \geq |2x + 5|$

(d) $\dfrac{2}{|3 + \frac{x}{2}|} < \dfrac{1}{|4x - 1|}$ (e) $\dfrac{4}{|2x - 1|} > \dfrac{1}{x + 10}$ (f) $\dfrac{1}{|x + 2|} > \dfrac{1}{4x - 1}$

(6) Escribir en notación de valor absoluto:

(a) $-3 < x < 3$ (b) $-\dfrac{1}{2} < 2x < \dfrac{1}{2}$ (c) $-1 < x < 5$ (d) $-\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{3}{2}$

(7) Demostrar la siguiente afirmación: Si $a, \delta \in \mathbb{R}$ y $\delta > 0$, entonces

$$|x - a| < \delta \iff x \in (a - \delta, a + \delta)$$