

**Primer Parcial PRACTICO - 26/10**

*Cálculo II*  
*2do semestre 2007*

(1) [30 puntos] Calcular los siguientes límites:

(a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^5 + 32}{x + 2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x \sin(x/2)}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

(2) [20 puntos]

(a) Calcular  $f'(x)$  para  $f : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  dada por  $f(x) = x^{x^2}$

(b) Calcular  $f'(x)$  para  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen}(\frac{1}{x}) + e^x, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

(3) [15 puntos]

¿Cuál es el mínimo valor que puede tomar la suma de un número positivo y su recíproco? ¿Para qué número se obtiene dicho valor?

(4) [15 puntos] Considerar la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

Demostrar que  $f$  es biyectiva de  $[0, +\infty)$  en  $[1, +\infty)$  y hallar una fórmula de la derivada de su inversa  $f^{-1}$ .

(5) [15 puntos]

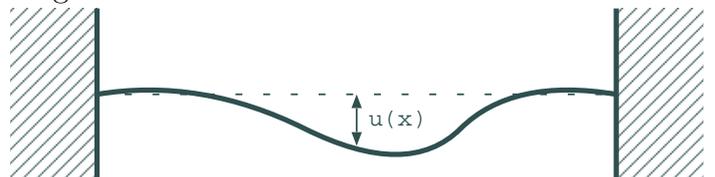
Estudiar el dominio, los ceros, los intervalos de positividad y negatividad los de crecimiento y decrecimiento, los máximos y mínimos locales, los intervalos de convexidad y concavidad, los puntos de inflexión y trazar la gráfica aproximada de la función

$$f(x) = -\frac{x}{25 + x^2}$$

(6) [15 puntos]

El desplazamiento vertical debido a la fuerza de gravedad de una cuerda elástica sujeta a ambos extremos está dado por la solución  $u$  de la ecuación diferencial siguiente:

$$\begin{cases} u''(x) = 1, & \text{para todo } x \in (0, 1) \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$$



Hallar la solución, graficarla sobre el intervalo  $[0, 1]$ , y decir cuál es el punto de la cuerda que se desplaza más abajo.

Ayuda: hallar todas las funciones  $u$  que satisfacen  $u''(x) = 1$ , y de todas ellas, elegir la que cumple  $u(0) = u(1) = 0$ .

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	Total