Trabajo Práctico 1 *Cálculo II* *2do semestre 2007*

---

(1) Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por los puntos de coordenadas (y graficar):

(a) $(1,3)$ y $(2,5)$ (b) $(2,1)$ y $(3,-1)$ (c) $(2,3)$ y $(2,4)$ (d) $(3,1)$ y $(-2,1)$

Pasar cada una de esas ecuaciones a la forma general.

(2) Sea L_1 la recta de ecuación general $A_1x+B_1y+C_1=0$ y sea L_2 la recta de ecuación general $A_2x+B_2y+C_2=0$. Demostrar que $L_1=L_2$ si y sólo si existe un número real $r\neq 0$ tal que

$$A_1=rA_2, \qquad B_1=rB_2, \qquad C_1=rC_2.$$

(3) Hallar las coordenadas de los puntos de $L_1\cap L_2$, siendo L_1 y L_2 las siguientes rectas (y graficar):

(a) $\begin{cases} L_1: 2x+y-1=0 \\ L_2: x-y+3=5 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} L_1: y=3x+2 \\ L_2: x=1 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} L_1: y=-x+3 \\ L_2: 3x+y=2 \end{cases}$ (d) $\begin{cases} L_1: 2x-3y=-2 \\ L_2: x=-3 \end{cases}$

(4) Hallar la ecuación de la recta que corta al eje de abscisas en $x=3$, y al eje de ordenadas en $y=1$ (y graficar).

(5) Hallar la intersección de la recta de ecuación $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$, con los ejes de coordenadas.

(6) Mostrar que los puntos de coordenadas $(3,2)$, $(2,1)$ y $(4,3)$ son colineales (es decir, pertenecen a una misma recta.) Graficar

(7) Mostrar que los puntos de coordenadas $(2,5)$, $(3,1)$ y $(1,3)$ no son colineales. Graficar

(8) Hallar la recta paralela a L que pasa por el punto P (y graficar):

(a) $\begin{cases} L: 3x-2y=-1 \\ P: (1,2) \end{cases}$ (b) $\begin{cases} L: y=2x+4 \\ P: (-2,3) \end{cases}$ (c) $\begin{cases} L: x=3 \\ P: (1,5) \end{cases}$ (d) $\begin{cases} L: y=2 \\ P: (2,1) \end{cases}$

(9) Calcular la distancia entre P y Q de coordenadas (y graficar)

(a) $(2,1)$ y $(3,5)$ (b) $(-3,1)$ y $(2,3)$ (c) $(2,1)$ y $(4,1)$ (d) $(4,3)$ y $(4,-2)$

(10) Hallar la distancia entre la recta L y el punto P (y graficar):

(a) $\begin{cases} L: 2x-y+1=0 \\ P: (1,5) \end{cases}$ (b) $\begin{cases} L: y=3x-1 \\ P: (0,3) \end{cases}$ (c) $\begin{cases} L: x=2 \\ P: (1,1) \end{cases}$ (d) $\begin{cases} L: y=3 \\ P: (2,6) \end{cases}$

(11) Si P y Q son puntos del plano, llamamos punto medio del segmento PQ a aquel punto T de la recta determinada por P y Q cuya distancia a P es igual a su distancia a Q. Mostrar que si P tiene coordenadas (x_0,y_0) y Q tiene coordenadas (x_1,y_1), entonces el punto de coordenadas $\left(\dfrac{x_0+x_1}{2},\dfrac{y_0+y_1}{2}\right)$ es el punto medio del segmento PQ (es decir, que se encuentra en la recta determinada por P y Q y su distancia a P es igual que su distancia a Q).

(12) Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en la recta de ecuación $y=x+1$ y que pasa por los puntos de coordenadas $(1,3)$ y $(2,6)$ (y graficar).

(13) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos de coordenadas $(0,1)$, $(2,0)$ y $(2,3)$ (y graficar).

(14) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos de coordenadas $(1,2)$, $(2,4)$ y $(3,6)$ (y graficar).

(15) Hallar la ecuación de la circunferencia tal que los puntos de coordenadas $(2,2)$ y $(6,4)$ son los extremos de uno de sus diámetros (y graficar).

(16) Hallar las coordenadas del centro y la medida del radio de la circunferencia de ecuación (y graficar)

(a) $x^2+y^2+2x+4y+4=0$ (b) $4x^2+4y^2+8x-4y+5=0$

(Sugerencia: completar cuadrados)

(17) Hallar la ecuación de la elipse (y graficar) tal que

(a) sus vértices son los puntos de coordenadas $(5,0)$ y $(-5,0)$ y sus focos son los puntos de coordenadas $(4,0)$ y $(-4,0)$.

(b) sus vértices son los puntos de coordenadas $(0,3)$ y $(0,-3)$ y sus focos son los puntos de coordenadas $(0,1)$ y $(0,-1)$.

(c) sus focos son los puntos de coordenadas $(2,4)$ y $(4,4)$ y que pasa por el punto de coordenadas $(5,4)$.

(d) uno de sus focos es el punto de coordenadas $(1,3)$ y sus vértices son los puntos de coordenadas $(1,5)$ y $(1,-2)$.

(18) Hallar la ecuación de la hipérbola (y graficar) tal que

(a) sus focos son los puntos de coordenadas $(-3,0)$ y $(3,0)$ y sus vértices son los puntos de coordenadas $(-2,0)$ y $(2,0)$.

(b) sus focos son los puntos de coordenadas $(0,-3)$ y $(0,1)$ y sus vértices son los puntos de coordenadas $(0,-2)$ y $(0,0)$.

(c) sus focos son los puntos de coordenadas $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ y $(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$ y sus vértices son los puntos de coordenadas $(1,1)$ y $(-1,-1)$.

(19) Se llama eje de una parábola a la recta que pasa por el vértice y el foco. Hallar la ecuación de la parábola (y graficar) tal que

(a) Su eje es el eje de ordenadas, su vértice es el punto de coordenadas $(0,5)$ y pasa por el punto de coordenadas $(10,-5)$.

(b) su eje es la recta de ecuación $y=3$, su vértice es el punto de coordenadas $(3,3)$ y que pasa por el punto de coordenadas $(-6,3)$.

(20) Hallar la ecuación de la parábola (y graficar) tal que

(a) Su directriz es la recta de ecuación $y=x-1$ y su foco es el punto de coordenadas $(2,3)$.

(b) Su directriz es la recta de ecuación $y=2x+3$ y su vértice es el punto de coordenadas $(2,9)$.

(21) Calcular el valor de las funciones trigonométricas (cuando estén definidas) en 0, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$, π, $3\pi/2$ y 2π (hacerlo sin usar la calculadora, usando la definición y el teorema de Pitágoras.)

(22) Pasar de radianes a grados centígrados los ángulos 0, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$ y $3\pi/2$.

(23) A partir de las fórmulas y propiedades vistas en clase, demostrar las siguientes propiedades de las funciones trigonométricas:

(a) $\operatorname{sen}(2x)=2\operatorname{sen}(x)\cos(x)$

(b) $\cos(2x)=\cos^2(x)-\operatorname{sen}^2(x)=2\cos^2(x)-1=1-2\operatorname{sen}^2(x)$

(c) $\operatorname{sen}(x)-\operatorname{sen}(y)=2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)$

(d) $\cos(x)-\cos(y)=-2\operatorname{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)$

(24) Si se sabe que $\cos(t)=2/5$, calcular (sin usar calculadora)

(a) $|\operatorname{sen}(t)|$ (b) $|\operatorname{tg}(t)|$ (c) $|\operatorname{cotg}(t)|$ (d) $\sec(t)$ (e) $|\operatorname{cosec}(t)|$

(25) Probar que

(a) $\left|\operatorname{sen}\left(x/2\right)\right|=\sqrt{\dfrac{1-\cos(x)}{2}}$ (b) $\left|\cos\left(x/2\right)\right|=\sqrt{\dfrac{1+\cos(x)}{2}}$

(26) Representar gráficamente la función tangente e indicar su dominio.

(27) Demostrar que

(a) $\operatorname{sen}(x)=\dfrac{\operatorname{tg}(x)}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2(x)}}$ (b) $|\cos(x)|=\dfrac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2(x)}}$

Indicar para qué valores de x valen dichas fórmulas. (Sugerencia: elevar $\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}=\operatorname{tg}(x)$ al cuadrado y usar que $\operatorname{sen}^2(x)+\cos^2(x)=1$)