

-
- (1) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad y(0) = 0, \quad y(L) = 0.$$

- (2) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad y'(0) = 0, \quad y'(L) = 0.$$

- (3) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad y(0) = 0, \quad y'(L) = 0.$$

- (4) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad y'(0) = 0, \quad y(L) = 0.$$

- (5) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad y(0) = 0, \quad y(1) + y'(1) = 0.$$

- (6) Hallar *todos* los autovalores λ_n y autofunciones correspondientes del problema

$$\begin{aligned} y''(x) + \lambda y(x) &= 0, & 0 \leq x \leq \pi, \\ y(0) - y'(0) &= 0, \\ y(\pi) - y'(\pi) &= 0. \end{aligned}$$

- (7) Mostrar que todo número real λ es un autovalor del problema

$$\begin{aligned} y''(x) + \lambda y(x) &= 0, & 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) - y(1) &= 0, \\ y'(0) + y'(1) &= 0. \end{aligned}$$

¿Por qué este ejemplo no contradice el Teorema 2 de la Sección 4.4 del libro de Bleecker-Csordas?

- (8) Demostrar que si y_1, y_2 cumplen las condiciones de borde

$$\begin{aligned} c_1 y(a) + c_2 y'(a) &= 0 & c_1^2 + c_2^2 &\neq 0 \\ c_3 y(b) + c_4 y'(b) &= 0 & c_3^2 + c_4^2 &\neq 0 \end{aligned} \tag{CB}$$

entonces

$$K(x) [y_1'(x)y_2(x) - y_1(x)y_2'(x)] \Big|_{x=a}^{x=b} = 0.$$

- (9) Demostrar el Teorema 3 de la Sección 4.4 del libro de Bleecker-Csordas en el caso $y'(a)^2 + Y'(a)^2 = 0$. (Ayuda: definir $w(x) = y(a)Y(x) - Y(a)y(x)$ y repetir el procedimiento).
-

- (10) Determinar los valores de L para los que el siguiente problema tiene (al menos) una solución no trivial:

$$\begin{aligned} y''(x) + y(x) &= 0, & 0 \leq x \leq L, \\ y(0) &= 0, \\ y(L) &= 0. \end{aligned}$$

Para dichos valores de L , ¿cuántas soluciones tiene?
